

Axel Thue

SIGMUND SELBERG

Biografi på Høytidsdagen 26. februar 1978

Da matematikeren Axel Thue gikk bort den 7. mars 1922 karakteriserte professor Carl Størmer ham i en minnetale med ordene: «*Et matematisk geni, som med en i høi grad særpreget original begavelse forenet en sjelden skarpsindighet og logisk sans*».

Det er denne mann vi i år hedrer ved å la hans portrett prege årets minnejetong.

For den store almenhet var han i sin samtid en meget anonym person. Bare en meget liten krets hjemme og ute var ved hans død klar over hans storhet som forsker. Anerkjennelse i et bredere forum kom først lenge etter.

Matematikk er ikke et fag som folk i alminnelighet interesserer seg for. Den står nokså isolert og er almenheten mere fjern enn fag som fysikk og kjemi som jo på så mange måter direkte griper inn i vår livsførsel. At det også hvert å deles ut Nobelpris i fysikk og kjemi er en ekstra interessevekkende informasjonskilde for menigmann. I matematikk deles det ikke ut noen slik pris, hvilket jeg tror de fleste matematikere er glad for. Å finne den rette kandidaten idag må jo være en håpløs oppgave. Derimot utdeles det hvert fjerde år – i forbindelse med de internasjonale matematikerkongresser – en såkalt Fieldpris til de to unge forskere som i de forgangne fire år har fremmet sin vitenskap mest. Prisen er ikke av så stor økonomisk verdi, men den æres høyt blant matematikerne. Når jeg omtaler dette, så er det fordi prisen ved to av de utdelinger som har funnet sted i de vel 40 år den har eksistert, har gått til forskere som har videreført ideer fra Axel Thue. Hans navn har derfor – i den matematiske verden – kommet sterkt frem i rampe-lyset i de siste årtier.

Helt siden Axel Thue's død har det blant norske matematikere vært et sterkt ønske om å få utgitt hans viktigste vitenskapelige avhandlinger, slik at de kunne være lettere tilgjengelig for yngre forskere.

Den nye interessen for Thues arbeider førte til at en norsk redaksjonskomité, som så dette som en nasjonal oppgave, søkte og fikk en bevilgning av NAVF, og i 1977 kom boken: *Selected Mathematical Papers of Axel Thue* ut på Universitetsforlaget. Ved siden av utvalget av Thue's avhandlinger inneholder boken to interessante artikler. Den ene – forfattet av *Viggo Brun* som kjente Thue personlig gjennom mange år som elev og kollega – gir et meget sjarmerende bilde av mennesket Axel Thue. Den andre artikkel, forfattet av den eminente tyske matematiker *Carl Ludvig Siegel*, gir en profil av Thue som matematiker.

Viggo Brun har vært så vennlig å stille til min rådighet det store materiale som han samlet inn og bare delvis fikk gjort bruk av ved utarbeidelsen av sin biografi. Jeg vil nytte anledningen til å takke ham for det.

Jeg kan jo ikke her komme noe særlig inn på Thues matematiske meritter, men jeg håper å kunne få frem et inntrykk av hvilket fint og rikt sammensatt menneske Axel Thue var.

Axel Thue ble født i Tønsberg den 19. februar 1863 og tilbrakte, etter eget utsagn, en lykkelig barndom på Ørsnes, en gammel gård. Hans foreldre var Niels Thue og hustru Nicoline Cathinka f. Eger. Niels Thue var skipskaptein og ble senere skipseier. Axel Thue tok middelskoleeksamen i Tønsberg og artium ved Aars og Voss skole i Kristiania i 1883. I «Tønsberg Blad» skrev en klassekamerat fra middelskolen noen minneord ved hans bortgang. Der står det bl.a.

«... Her på skolen merket vi ikke, at han var særlig begavet Men da han kom under dr. Elling Holst's veiledning . . . gikk det opp for denne intuitive ånd, at Axel Thue hadde evner over det alminnelige, og han har uttalt at han følte et stort ansvar ved å skulle lede et så fint matematisk ingenium, så at intet lædertes . . .»

Elling Holst kom til å bety svært meget for Thues utvikling og kom i det hele tatt til å prege sterkt det matematiske liv ved vårt universitet rundt århundreskiftet. Det kan derfor være på sin plass å si litt om ham. Han var født i 1849. Fikk i 1878 kronprinsens gullmedalje for avhandlingen: «Ponclelets betydning for geometrien». Hans doktoravhandling fra 1883 var et betydelig arbeide som bl.a. Sophus Lie har uttalt seg meget rosende om. Han skrev også noen lærebøker i matematikk. Hans vitenskapelige produksjon fikk ikke noe stort omfang. Det hang kanskje sammen med at han var meget kunstnerisk begavet. Mest kjent er han vel blitt for «Norsk billedbog for børn» som kom ut i tre samlinger og som også har kommet i ny utgave i de senere år.

Holst hadde evnen til å begeistre og anspore elever med matematisk talent. Han ble universitetsstipendiat i 1876, og da Sophus Lie ble kallet til professor i Leipzig i 1886, ble Elling Holst overlatt forelesningene i geometri ved universitetet. I 1894 ble han dosent i geometri, en stilling han hadde til sin avgang i 1912. Han døde i 1915. – Ved siden av sin universitetsgjerning, var han overlærer ved den Tekniske Skole og ved Aars og Voss skole. Både i gymnaset og ved universitetet var han Thues lærer. Det må også nevnes at Holst stiftet et matematisk seminar som hadde ukentlige møter og som kom til å bety meget for matematikken i Norge. Seminaret var en forløper for Norsk Matematisk Forening som ble opprettet noen årtier senere.

I middelskolen var Thue mest interessert i fysikk. Det fortelles at det var en pussig trykkfeil i en annonse som fikk hans interesse til å svinge over til matematikk. Han fikk nemlig se en annonse for den før omtalte prisavhandling av Elling Holst. I annonsen var bokens tittel angitt til å være «Pendelets betydning for geometrien». Av nysgjerrighet m.h.t.

denne merkelige egenskap ved pendelen, kjøpte Thue boken, for så å oppdage at «Pendelets» var en feilskrivning for «Ponclelets».

Thues interesse for geometri ble ved dette vakt, og han skrev i sin studietid flere avhandlinger om geometriske emner. Det var dog ikke på dette felt han skulle gjøre sin største innsats.

I 1899 fullførte Axel Thue matematisk naturvitenskapelig embets-eksamen ved universitetet.

Årene 1889–92 hadde han et reisestipendium og oppholdt seg i Tyskland. Først i Leipzig og siden i Berlin.

Hans søknad om reisestipendium ble understøttet fra sterkt faglig hold. Fra Leipzig skrev Sophus Lie et brev til Elling Holst hvor han bl.a. sier:

«Jeg har rådet Axel Thue til å søke utenlandsstipendium i vinter. Thue har gjennom en rekke originale undersøkelser, vist at han har mange betingelser til å bli en fremragende matematiker . . .»

Elling Holst skrev i sin anbefaling bl.a.:

«Stud.real. Axel Thue har vært min elev i matematikk fra Aars og Voss skoles 1te realgymnasklasse. Han vakte straks min oppmerksomhet på grunn av sin glimrende begavelse for matematikk og særlig ved sin usedvanlige evne til streng abstrakt tenkning . . .»

I Leipzig var Thue Sophus Lies elev. Han skriver om det i et brev til Elling Holst:

«... Noe positivt og endelig avsluttet resultat her jeg ikke hatt av mitt arbeide med Lie. Det gjaldt nemlig i tiden før ferien blott å få et overblikk over hans vidløftige transformasjonsteori, hans berøringstransformasjoner og hva dermed stod i forbindelse, for så baketter i ferien å legge et solid grunnlag som ville gjøre det mulig for meg å oppnå den fulle forståelse. Det var som du vil forstå nokså slemt for meg å skulle smake på så mange ting på en gang etter en overanstrengende eksamenssjau. – I de første dager av ferien regnet vi sammen en hel del eksempler og Lie gjorde alt sitt for at mitt opphold hervede skulle gi størst mulig utbytte . . .»

Litt senere i brevet (som var på 8 sider) sier han:

«Mitt opphold har med hensyn til Lies saker, som mer og mer synes å tiltrekke seg den lærde verdens oppmerksomhet, naturligvis ikke vært helt bortkastet . . .»

Innføringen i Sophus Lies rikholdige idéverden har likevel ikke etterlatt seg registrerbare spor i Thues vitenskapelige produksjon. Årsaken er vel å finne i Thues ulyst til å arbeide med andres idéer. Den gikk så langt, at fikk han vite at andre arbeidet med samme problem som han selv, så kunne det føre til at han la arbeidet bort og ikke tok det opp igjen. Leste han avhandlinger eller bøker av andre matematikere, så kom han ikke langt før han måtte legge bort boken for så å utvikle det hele etter sin egne tankebaner.

Vilhelm Bjerknes omtaler dette i en minneartikkel med ordene:

«I vitenskapens grunnleggingsperiode i oldtiden eller renessansen, som en samtidig av Aristoteles eller Galilei, ville han hatt fritt spillerom for sin be-

gavelse. Istedet kom han, for å bruke et dristig bilde, til å arbeide som en Galilei eller en Aristoteles som plutselig var satt over i vår tid.»

Oppholdet i Leipzig må likevel ha bekommet Thue godt. Han skriver nemlig i det før nevnte brev til Holst:

«I det hele tatt er det merkelig, hvorledes den her herskende matematiske luft virker befruktende. Jeg fikk en masse idéer og smørte sammen til Lies forferdelse en mengde rask. Herunder kom jeg til å gjøre de vesentligste oppdagelser på tallteoriens område, som her har vist seg banebrytende. Jeg kom også inn på andre områder, men hver gang jeg havnet i et hovedresultat, viste det seg å være kjent før.»

Om oppholdet i Berlin forteller han i et brev til Elling Holst i juni 1891. Brevet er på hele 14 sider og vi skal bare gjengi litt av det:

«Berlin tiltalte meg straks overordentlig meget, her er lyse brede gater, store parker, meget å se og meget å høre.» Etter noen uttalelser om tyskerne selv heter det videre: «Keiserens bilde i forskjellige utgaver henger i nesten hvert værelse. Man blir nesten idiot ved å se denne uopphørlige bæren tilskue av slavisk tilbedelse. Forhåpentlig eller dessverre er vel det hele blott hykleri og sent eller tidlig må det komme en reaksjon, en reaksjon som tør bli av ganske usedvanlig voldsomhet.»

I brevet gir han også en morsom og interessant beskrivelse av kjente vitenskapsmenn. Om matematikeren Kronecker sier han:

«Han er en såre elskverdig mann, men vil helst tale selv og lenge. Jeg har således kun fått anbragt minimale mengder av min egen visdom. Han har et forbausende stort litteraturkjennskap. Det synes ikke å være den bok mellom himmel og jord han ikke har kikket i. Han hever Abel til skyene og enkelte andre potenter, men synes å nære en absolutt motvilje mot folk av middelhøyde. . . .»

Om Fuchs, som foreleste over analytisk mekanikk, forteller han:

«Han foredrar gjerne med lukkede øyne og ser såre trett og fortredelig ut. Han kan også være litt åndsfraværende. Jeg husker hvorledes han engang da han talte om differensialer ganske ubevisst tok en klype krittsmuler som han svingte illustrerende for våre undrende øyne og hvorledes han etter bruken meget forsiktig atter la differensialene fra seg på kateteret med lukkede øyne. Prof. Fuchs er som Kronecker en meget behagelig mann og er ikke for megen tale. Jeg var på ball hos ham i vinter. Det gikk såre gemytlig til, man danset så gulvet revnet på to steder.»

Lenger ute i brevet kommer han med noen interessante fabuleringer med tanker og idéer som var forut for hans tid.

«Som du vet bør man ikke banne på at rommet er uendelig. Nå har følgende tanke falt meg inn, om ikke den antagelse at rommet er endelig og den rette linje i seg selv tilbakeløpende vil kunne forklare det faktum, at det ennå finnes varme og liv på jorden og at ikke varmen er bortstrålt i det uendelige verdensrom for lang tid, la oss si for $(100000\dots)^{10000999\dots}$ år siden. Var den rette linje blott 23 mil pluss litt til så kunne solen kanskje skinne på seg selv, hvis den stod stille eller hvis man stillet noen andre hvissere. I det hele tatt et problem av største interesse. Jeg vil når jeg kommer hjem søke først å finne dette roms geometri for derpå å løse om mulig problemet om bevegelse av et fluidum fyllende dette rom

o.s.v. Jeg skulle ha lyst til å tale med Helmholtz derom. Jeg har enda ikke vært på visitt hos ham. Han er ganske visst en genial tenker, kanskje Tysklands største. men hans forelesninger er i formen ikke prima vare»

Disse ideer som ligger under denne noe spøkefulle fabulering kom Thue ikke til å ta opp til seriøs behandling. Det ble andre problemer som kom til å oppta ham. I en avhandling trykt i 1902: «Om en pseudomekanisk metode i geometrien» kommer han litt tilbake til problemet idet han skriver:

«Som bekjent foreligger det til dato ingen kjennsgjeringer utfra hvilke man kan bevise parallellaksiomet. Ja, det finnes til og med heller intet, som kan begrunne satsen om rommets uendelighet.

. . . . Etter alt hva vi vet, bortsett fra sterke men uklare tusenårige forestillinger kan det godt være at rommet ikke er uendelig, og at den absolutte rette linje går tilbake i seg selv som en annen sirkel og har endelig lengde Tilslutt vil vi uttale som en ytterst svak formodning at melkeveiens ringformige skikkelse delvis kun er et optisk bedrag av ovennevnte art, og man ved grundig å studere denne kanskje vil kunne påvise rommets endelighet og finne grenser for den rette linjes lengde.»

Dette arbeide skrev Thue her i Trondheim lenge før ideer av denne art dukket opp i forbindelse med relativitetsteorien.

I 1894 ble Thue gift med Lucie Collet Lund. Dette året ble han også overlærer ved Trondhjems Tekniske Lærestanstalt etter i to år å ha vært universitetsstipendiat. Han ble overlærer i mekanikk. Noen stilling som medførte undervisningsplikt i matematikk kom han aldri til å inneha.

Det er grunn til å tro at grunnlaget for Thues mest berømte arbeider ble lagt i de årene han oppholdt seg her. Jeg slutter dette av et brev fra Thue til Holst. Brevet skal jeg komme tilbake til senere. – Axel Thue ble medlem av vårt selskap i 1895. Året før var han blitt innvalgt i Det norske videnskapsakademi i Oslo.

Det Kongelige Norske Videnskabers Selskab var dengang som akademi i en dvaletilstand som varte frem til 1926. Thue publiserte et par arbeider i våre skrifter, men det bør ikke skjules at han led under at det ikke fantes noen i vår by som han kunne diskutere sine problemer med. Jeg antar at hans kolleger ved den tekniske lærestanstalt betraktet ham med en viss usikkerhet. Følgende historie som er blitt meg fortalt av Ole Peder Arvesen kan tyde på det:

Thue stod en dag og betraktet gjennom et vindu på lærerværelset en hund som vimset omkring i skolegården. En av hans kolleger spurte Thue om hva han var så opptatt av. Thue svarte:

«Jeg står og tenker på hvordan naturlovene ville se ut dersom de ble referert til et koordinatsystem fast forbundet til en av hundens forlabber.»

Da var det at overlærer Dahle snudde seg til Thue og sa:

«De skal passe Dem De, Thue!»

En annen morsom historie om Thue fra hans overlærertid i Trondheim har jeg fra Viggo Brun. Brun fikk den fortalt av legen frøken Holst som selv opplevet den.

Dr. Marie Holst kom en dag til Thue og sa: «*Nå har jeg en god nyhet til Dem, Thue, De har fått en sønn!*» Thue svarte da: «*Ja, ja, variatio delectat! Men kom nå her, frøken Holst, så skal De få se en ny regnemaskin jeg har laget.*»

Ja, det fortelles mange historier om Thue. Han var svært distré og kunne godt tenkes å være en av dem som har bidratt til den kjente figur som fikk navnet Professor Tanke!

For matematikeren Thue ble årene i Trondheim et slags isolat hvor han arbeidet bra med sine ideer, men savnet noen å dele dem med. Det er derfor lett forståelig at han bestemte seg for å søke det ledige professorat i anvendt matematikk ved universitetet. Det var blitt ledig etter Cato Maximilian Guldberg.

Faget anvendt matematikk ved Oslo Universitet er og har alltid vært mekanikk. I et brev til Elling Holst den 28. august 1902 nevner han sin plan om å søke professoratet og sier videre:

«*Ikke desto mindre har jeg i min drepende ensomhet, hvor ingen interesserer seg for mine ting, likevel produsert betydelig mer og bedre ting enn før i tiden. Jeg har således utviklet en teori, etter hvilken jeg blant annet kommer til Hermites og Lindemanns resultater om e og π . Grunnen til at jeg ikke har offentliggjort de ting jeg har liggende på lager, ligger dels deri, at jeg kan føre undersøkelsene lengre frem og gjerne først vil se en ordentlig avslutning på dem. Men først og fremst har jeg ventet, fordi jeg ikke visste hva som var nytt og hva som kunne være kjent før og fordi en slik undersøkelse har vært meg ubehagelig og virket lammende på min fantasi.*»

Thue ble utnevnt til professor i anvendt matematikk i 1903. Samme år ble også professoratet i ren matematikk besatt med den unge Carl Størmer.

I det nettopp omtalte brev til Holst kan vi skimte fundamentet av det som skulle bli Axel Thues største vitenskapelige innsats. Jeg skal nå omtale det ganske kort:

Fra skolematematikken kjenner vi til at vi kan dele de reelle tall i to klasser. Rasjonale tall og irrasjonale tall. De rasjonale tall er de som kan skrives som brøk hvor teller og nevner er hele tall. De irrasjonale tallene kan ikke skrives på denne formen. Tallet e , grunntallet i det naturlige logaritmesystem, og tallet π , forholdet mellom en sirkels omkrets og diameter, er irrasjonale tall.

Vi kan også dele de reelle tall i to klasser på følgende måte

1. algebraiske tall
2. transcendent tall

Et algebraisk tall er et tall som er rot i en algebraisk likning med koeffisienter som er hele rasjonale tall. Alle rasjonale tall er derfor algebraiske tall, likeledes $\sqrt{2}$ som jo er rot i 2den-gradslikningen $x^2 - 2 = 0$. At det eksisterer tall som ikke er algebraiske – de kalles transcendent tall – ble først vist av *Liouville* i 1844. *Cantor* viste i 1874 at nesten alle tall er transcendent. Blant de store bragder i matematikken i siste halvdel av det forrige århundre var at *Hermite* i 1873 klarte å vise at e

er et transcendent tall – og *Lindemann* i 1882 at π er transcendent. At π er transcendent har særlig interesse utfra det klassiske problem: Gitt en sirkel. Konstruer et kvadrat med samme flateinnhold som sirkelen. Siden π er transcendent vet vi at en slik konstruksjon er umulig.

De ting som Thue omtaler i brevet, transcendenten av e og π , som han hadde funnet nytt bevis for, har han ikke publisert. Men han har snakket om dette problem i et foredrag i vårt Selskab.

Ved dyptgående undersøkelser lyktes det Thue å vise at algebraiske tall som ikke er rasjonale ikke lar seg særlig godt approksimere ved rasjonale tall. Vi skal ikke sette opp noen matematisk formulering av dette resultat, men bare nevne at på bakgrunn av dette klarte Thue å bevise en meget viktig setning om visse typer av diofantiske likninger.

Han viste nemlig i 1908 at den diofantiske likning

$$F(x,y) = C$$

hvor C er et helt tall og $F(x,y)$ er et homogent irreduktibelt polynom i x og y av grad $n \geq 3$ og med heltallige koeffisienter, kun kan ha et begrenset antall løsninger i hele tall x og y .

Den kjente tyske matematiker Edmund Landau sa til Carl Størmer om denne setningen av Thue:

«*Sein berühmter Satz ist die bedeutendste Entdeckung aus der elementaren Zahlentheorie, die ich erlebt habe.*»

Disse undersøkelser av Thue er i dag ført langt videre av andre. Jeg kan her nevne navn som Carl Ludwig Siegel, K. F. Roth, Alan Baker, Wolfgang Schmidt for å nevne de betydeligste. Roth og Baker fikk for sin innsats Field-medaljen henholdsvis i 1958 og 1970.

Jeg har hermed omtalt Thues banebrytende bidrag til tallteorien. Også til den matematiske logikk har han gitt vektige bidrag med arbeider om tegnrekker som først ble riktig anerkjent lenge etter at Thue var gått bort. Dette er vel de arbeidsområder hvor han gjorde sin største innsats, men også innen geometri og mekanikk har han publisert arbeider av varig verd.

I boken *Selected Mathematical Papers of Axel Thue* er bare tatt med hans arbeider over tallteori og logikk. Det kunne være et ønske å få utgitt ett bind til med Thues viktigste arbeider innen feltene geometri og mekanikk.

LITTERATUR

1. *Selected Mathematical Papers of Axel Thue*. Universitetsforlaget 1977.
2. *Norsk Matematisk Tidsskrift* årg. 4, 1922.
3. *Norsk Biografisk Leksikon*.
4. Hans Midtbø: *Det Kongelige Norske Videnskabers Selskabs Historie 1760–1960*. Trondheim 1960.
5. Brev fra Axel Thue til Elling Holst (Universitetsbiblioteket). I sitatene er språket noe modernisert.